Quanten-Information, WS08/09: Übungsblatt 4

Übung zur Vorlesung "Quanten-Information", gehalten von Jens Eisert an der Universität Potsdam, Physik, WS08/09. Ausgabe: 8. Dezember 2008. Für Rückfragen bitte Email an jense[at]qipc.org.

19. *Separierbare Operationen:* Wie wir wissen, sind separierbare Operationen in einem bipartiten System von der Form

$$\rho \mapsto \sum_{j=1}^{K} (A_j \otimes B_j)\rho(A_j \otimes B_j), \qquad (1)$$

wobei die Vollstänigkeit

$$\sum_{j=1}^{K} A_j^\dagger A_j = \mathbb{1}, \sum_{j=1}^{K} B_j^\dagger B_j = \mathbb{1} \qquad (2)$$

erfordert. Wir haben auch gesehen, dass sich nicht jede solche separierbare Operation mit einem LOCC-Protokoll (lokale Operationen mit klassischer Kommunikation) auch tatsächlich deterministisch realisieren läßt. Zeige nun aber, dass dies probabilistisch schon möglich ist: Das heißt, wenn die Operation nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit verschieden von Null implementiert werden soll, dann ist dies immer als LOCC möglich. Was läßt sich dann über die Wahrscheinlichkeit des Erfolges sagen?

20. *Nichtlokale Zustandsunterscheidung:* Dies ist eine schwierige Aufgabe. Wir haben gesehen, daß sich zwei orthogonale Zustände immer deterministisch unterscheiden lassen. Nun seien zwei reine orthogonale Zustände eines bipartiten $d \times d$-dimensionalen Systems gegeben. Zeige, dass es stets ein LOCC-Protokoll gibt, das die beiden Zustände mit Sicherheit unterscheidet. Dieses Ergebnis wäre vor wenigen Jahren noch in PRL publizierbar gewesen.

21. *Peres-Horodecki-Kriterium 1:* Gegeben sei eine Schar von gemischten Zuständen in einem bipartiten $d \times d$-dimensionalen System A und B,

$$\rho = \lambda|\Omega\rangle\langle\Omega| + \frac{1}{d^2}(1-\lambda)\mathbb{1}, \qquad (3)$$

$\lambda \in [0,1]$, wobei wie üblich

$$|\Omega\rangle = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{i=1}^{d} |i,i\rangle. \qquad (4)$$

Zeige erst, daß die partielle Transponierte von $|\Omega\rangle\langle\Omega|$ geschrieben werden kann als

$$|\Omega\rangle\langle\Omega|^{T_B} = \frac{1}{d}(\mathbb{1} - 2E), \qquad (5)$$

wobei E der Projektor auf den antisymmetrischen Unterraum ist des Austausches zwischen A und B. Für welche Werte von λ ist die partielle Transponierte positiv? Was heißt das dann für dessen Verschränkung?

22. *Peres-Horodecki-Kriterium 2:* Nun sei die Schar

$$\omega = \lambda \frac{2}{d(d-1)} E + \frac{1}{d^2}(a-\lambda)\mathbb{1} \qquad (6)$$

gegeben, wieder mit $\lambda \in [0,1]$. Für welche Werte von λ ist dessen partielle Transponierte positiv?

23. *Dekohärenz:* In einem Modell, in dem man harmonische Oszillatoren betrachtet, die schwach über den Impuls an ein Bad aus harmonischen Oszillatoren gekoppelt sind, was würde man für Dekohärenzprozesse erwarten?