

## Quanten-Information, WS08/09: Übungsblatt 6

Übung zur Vorlesung "Quanten-Information", gehalten von Jens Eisert an der Universität Potsdam, Physik, WS08/09. Ausgabe: 25. Januar 2009. Für Rückfragen bitte Email an jense[at]qipic.org.

29. *Shor-Code zur Fehlerkorrektur:* Ein allgemeiner Fehler, der auf genau ein qubit eines fehlerkorrigierenden Codes agiert, kann geschrieben werden als eine Abbildung

$$\begin{aligned}(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \otimes |\psi_0\rangle &\mapsto (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \otimes |\psi_0\rangle \\ &+ (\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) \otimes |\psi_1\rangle \\ &+ (\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle) \otimes |\psi_2\rangle \\ &+ (\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle) \otimes |\psi_3\rangle \quad (1)\end{aligned}$$

auf dem qubit und einer weiteren Umgebung. Warum? Zeige, dass der Shor-Code einen solchen allgemeinen Fehler perfekt korrigieren kann. Was passiert, wenn zwei solche allgemeine Fehler auftreten?

30. *Cluster- und Graphenzustände:* Betrachte ein zweidimensionales Gitter, in dem jeder Gitterplatz mit einem einzelnen qubit besetzt ist. Nachbarn  $N_a$  eines Gitterplatzes  $a$  sind die vier direkten benachbarten Gitterplätze auf dem Gitter. Definiere nun für jeden Gitterplatz  $a$  einen Operator

$$K_a = \sigma_x^a \prod_{b \in N_a} \sigma_z^b, \quad (2)$$

wobei wie üblich  $\sigma_x^a$  die Paulimatrix bezeichnet mit nichttrivalem Träger auf dem Hilbertraum von  $a$ . Zeige, dass der gemeinsame Eigenzustand aller dieser  $\{K_a\}$  zum Eigenwert  $+1$  der Cluster- oder Graphenzustand ist. Wie der Name schon suggeriert, macht eine solche Definition für einen beliebigen einfachen ungerichteten Graphen Sinn.

31. *Messungen auf Graphenzuständen:* Wie ändert sich der Graph, wenn man eine einzelne Messung eines Pauli- $\sigma_z^a$ -Operators an einem Gitterplatz  $a$  durchführt?
32. *Clifford-Gruppe:* Gegeben seien zwei qubits, auf deren Zustand man ein CNOT-Gatter anwendet. Nun trete ein Fehler auf: Vor Anwendung des CNOTs wendet man eine Pauli-Matrix auf eines der qubits an. Wie kann man den resultierenden Zustand äquivalent schreiben als ein fehlerloses CNOT-Gatter, gefolgt von einer weiteren unitären Operation, die nach dem Gatter angewendet wird. Welche Signifikanz hat das Ergebnis?