

Theoretische Physik V, Quanten-II: Übungsblatt 1 (20 Punkte)

Übung zur Vorlesung "Quanten-II", gehalten von Jens Eisert an der Universität Potsdam, Physik, SS09. Für Rückfragen bitte Email an [jense\[at\]qipc.org](mailto:jense[at]qipc.org), [timo.felbinger\[at\]qipc.org](mailto:timo.felbinger[at]qipc.org) und [albrecht\[at\]rz.uni-potsdam.de](mailto:albrecht[at]rz.uni-potsdam.de)

1. **Zustandstomographie:** Ein Händler verkauft auf eBay Teilchenquellen, von denen er behauptet, dass sie auf Knopfdruck jeweils eindimensionale Punktteilchen in Quantenzuständen mit Zustandsvektoren $|\psi\rangle$ mit genau definierter Wellenfunktion $\psi(x)$ ausspucken.

Nach zahlreichen Beschwerden von Käufern werden Sie als Sachverständige(r) gebeten, an einem Exemplar einer solchen Quelle experimentell zu überprüfen, ob sie wirklich wie angepriesen funktioniert. Wie gehen Sie vor?

(4 Punkte)

2. **Gemischte Zustände:** Gegeben sei ein dreidimensionales Quantensystem, dessen Hilbertraum die Basis $\{|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle\}$ hat. Dieses System sei in einem Zustand präpariert, der in dieser Basis als die Dichtematrix

$$\rho = \begin{bmatrix} 1/6 & -1/6 & 1/6 \\ -1/6 & 5/12 & -5/12 \\ 1/6 & -5/12 & 5/12 \end{bmatrix} \quad (1)$$

geschrieben werden kann.

- Finden Sie einen Zustandsvektor $|\psi\rangle$, der orthogonal zu ρ ist, also für den

$$\langle \psi | \rho | \psi \rangle = 0 \quad (2)$$

gilt. Was heißt dies für eine Observable A , die $|\psi\rangle$ als einen ihrer Eigenvektoren hat?

(2 Punkte)

- Geben Sie zwei verschiedene Möglichkeiten an, wie der Zustand als statistisches Gemisch von zwei reinen Zuständen entstanden sein könnte. (2 Punkte)
- Ein Kollege aus der Experimentalphysik behauptet, er könne die Zustände ρ herstellen, indem er Anfangszustände

$$\rho_0 = \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 1/8 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 1/8 & 0 & 1/6 \end{bmatrix} \quad (3)$$

präpariert und dann "in einem Experiment perfekte unitäre Zeitentwicklung realisiert", um auf ρ geführt zu werden. Glauben Sie ihm das?

(2 Punkte)

- Die Anfangszustände kann ihr Kollege aber doch auch anders herstellen, uns zwar in einem Ofen der Temperatur $T = 523$ Grad Celsius. Bestimmen Sie den Hamiltonoperator des Quantensystems.

(2 Punkte)

3. **Reine Zustände:** Wieso ist ein Zustand, also ein Dichteoperator, genau dann rein, wenn

$$\rho^2 = \rho \quad (4)$$

gilt?

(4 Punkte)

4. **Unschärferelation:** Für die beiden Paulioperatoren X und Z ,

- formulieren Sie das Heisenbergsche Unschärfeprinzip.

(2 Punkte)

- Das Unschärfeprinzip bezieht sich streng genommen auf Streuungen von Messergebnissen bei Messung von inkompatiblen Observablen, die nacheinander gemessen werden. Nun messen wir aber zuerst X , und erhalten einen von zwei möglichen Messwert. Die so selektiv präparierten Zustände unmittelbar nach der Messung geben wir in einen weiteren Apparat, der die Observable Z misst. Was können wir über die Streuung der Meßergebnisse dieser zweiten Messung aussagen? Diskutieren Sie das Verhältnis der Heisenbergschen Unschärferelation zur Störung von einer Messung durch eine andere Messung.

(2 Punkte)