

Theoretische Physik V, Quanten-II: Übungsblatt 10 (20 Punkte)

Übung zur Vorlesung "Quanten-II", gehalten von Jens Eisert an der Universität Potsdam, Physik, SS09. Für Rückfragen bitte Email an [jense\[at\]qipc.org](mailto:jense[at]qipc.org), [timo.felbinger\[at\]qipc.org](mailto:timo.felbinger[at]qipc.org) und [albrecht\[at\]rz.uni-potsdam.de](mailto:albrecht[at]rz.uni-potsdam.de)

23. **Nochmal Hanbury-Brown Twiss:** Gegeben sei wieder ein Strahlteiler wie in Aufgabe 17, mit den speziellen Parametern

$$\rho = \tau = 1/\sqrt{2}. \quad (1)$$

Am Eingang B liegt immer Vakuum an, der Zustand von Eingang A wird präpariert. An den beiden Ausgängen C und D stehen Detektoren, die die Intensitäten I_C und I_D messen, wobei

$$I_j = \Psi^\dagger(x_j)\Psi(x_j); \quad (2)$$

die Orte x_C und x_D der Detektoren sind variabel.

- Berechnen Sie die Erwartungswerte $\langle I_C \rangle$ und $\langle I_D \rangle$, sowie die Korrelationsfunktion

$$g^{(2)} = \frac{\langle I_C I_D \rangle - \langle I_C \rangle \langle I_D \rangle}{\langle I_C \rangle \langle I_D \rangle} \quad (3)$$

für die Fälle

- am Eingang A liegt ein kohärenter Zustand mit Zustandsvektor $|\alpha\rangle$ an, und
- am Eingang A liegt ein thermischer Zustand $\rho_A \propto \exp(-\beta H)$ an. Zur Vereinfachung dürfen Sie annehmen: die Detektoren sind schmalbandig, also nur in einem schmalen Intervall $[K, K + \Delta K]$, mit $\Delta K \ll K$, empfindlich, und es gilt $\beta\omega_K \ll 1$. Welche Kohärenzzeit (also longitudinale Kohärenzlänge) erhalten Sie?

- Das eigentlich aufsehenerregende Experiment von Hanbury Brown und Twiss (Nature **178** 1046 (1956)) befasst sich nicht mit der longitudinalen, sondern mit der transversalen Kohärenzlänge thermischen Lichts - und zwar speziell des Lichts des Sterns Sirius.

Stellen sie ein grobes Modell für die Korrelation $g^{(2)}$ auf, die von zwei um den Abstand Δx

transversal versetzten Detektoren — beide wie im Originalexperiment mittels Parabolspiegeln auf Sirius ausgerichtet — gemessen wird. Zeigen Sie, wie man aus der transversalen Kohärenzlänge auf den Sternradius R schliessen kann.

Machen Sie dazu wieder geeignete vereinfachende Annahmen, etwa: wie oben schmalbandige Detektoren mit $\beta\omega_K \ll 1$ (ist das für Sirius realistisch?); die strahlende Sternoberfläche könnten Sie zum Beispiel als Strich der Länge $2R$ (in einer Ebene mit den Detektoren liegend) nähern.

(9 Punkte)

24. **Jordan-Wigner:** Gegeben sei ein Spinsystem mit n Spins und einem isomorphen fermionischen System mit n Moden. Wie lauten die Spindarstellungen unter der Jordan-Wigner-Transformation von

- $f_5^\dagger f_7$,
- $f_5 f_7$,
- $f_3^\dagger f_3 f_4^\dagger f_4$?

(5 Punkte)

25. **Diskrete Fourier-Transformation:** Zeigen Sie: Die Matrix U mit Koeffizienten

$$U_{j,k} = \frac{1}{n^{1/2}} \sum_{j=1}^n e^{-i2\pi kj/n} \quad (4)$$

ist in $U(n)$, also unitär. Zeigen Sie auch, dass $\{a_k\}$ mit

$$(a_1, \dots, a_n)^T = U(f_1, \dots, f_n)^T \quad (5)$$

die fermionischen Anti-Kommutationsrelationen erfüllt, wenn dies für den Satz von fermionischen Operatoren $\{f_k\}$ der Fall ist.

(5 Punkte)