Theoretische Physik V, Quanten-II: Übungsblatt 2 (20 Punkte)

Übung zur Vorlesung "Quanten-II", gehalten von Jens Eisert an der Universität Potsdam, Physik, SS09. Für Rückfragen bitte Email an jense[at]qipc.org, timo.felbinger[at]qipc.org und albrecht[at]rz.uni-potsdam.de

5. **Tensorprodukte:** Sei der Zustandsvektor

$$|\psi\rangle = (|0,0\rangle + |1,1\rangle)/\sqrt{2} \tag{1}$$

im Hilbertraum $\mathcal{H} = \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2$ zweier Spins gegeben. Die Observable A eines Spins sei gegeben durch

$$A = a|0\rangle\langle 0| + b|1\rangle\langle 1|, \tag{2}$$

für reelle a, b. Berechnen Sie

$$\langle\psi|A \otimes \mathbb{1}|\psi\rangle, \tag{3}$$
$$\langle\psi|\mathbb{1} \otimes A|\psi\rangle, \tag{4}$$
$$\langle\psi|A \otimes A|\psi\rangle. \tag{5}$$

(3 Punkte)

6. **Heisenbergsche Bewegungsgleichungen:** Wir betrachten einen einfachen harmonischen Oszillator mit Hamiltonoperator

$$H = \left(b^\dagger b + \frac{1}{2}\right), \tag{6}$$

dessen Eigenzustände $\{|n\rangle : n = 0, 1, \dots\}$ sind, wobei wir $\hbar = 1$ und $\omega = 1$ gewählt haben. Es seien die Operatoren von Ort und Impuls

$$x = (b^\dagger + b)/\sqrt{2},\ p = i(b^\dagger - b)/\sqrt{2}. \tag{7}$$

- Bestimmen Sie im Heisenbergbild die Operatoren $x(t)$ und $b(t)$ als Funktion der Zeit.

  (4 Punkte)
- Bestimmen Sie den Kommutator $[x(t), x(0)]$. Was schließen Sie aus dem Ergebnis im Lichte der Unschärferelation?

  (4 Punkte)
- Bestimmen Sie die Unschärfen Δx einer Ortsmessung und ΔE einer Energiemessung

  (a) für $|n\rangle$,

  (b) für einen thermischen Gleichgewichtszustand der Temperatur T.

  (4 Punkte)

7. **Unterscheidbare Spins:** Wir betrachten ein System aus N – im Gegensatz zur Vorlesung – unterscheidbaren Spins im Zustand $|\psi\rangle = |\phi\rangle \otimes \dots \otimes |\phi\rangle = |\phi\rangle^{\otimes N}$, mit

$$|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \tag{8}$$

mit $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$, also ist jeder der N Spins im gleichen reinen Zustand.

- Nun messen wir die Gesamtzahl der Spins, die nach oben zeigen. Das heißt, wir messen den Erwartungswert $\langle\psi|A|\psi\rangle$ und die Unschärfe ΔA, wobei

$$A = \sum_{k=0}^{N} k \sum_{n_1,\dots,n_N \in \{0,1\}, \sum_j n_j = k} |n_1, \dots, n_N\rangle\langle n_1, \dots, n_N|. \tag{9}$$

  Was erhalten wir?

  (3 Punkte)
- Diskutieren Sie kurz das Ergebnis.

  (2 Punkte)