Theoretische Physik V, Quanten-II: Übungsblatt 8 (10 Punkte, Streikblatt)

Übung zur Vorlesung "Quanten-II", gehalten von Jens Eisert an der Universität Potsdam, Physik, SS09. Für Rückfragen bitte Email an jense[at]qipc.org, timo.felbinger[at]qipc.org und albrecht[at]rz.uni-potsdam.de

19. **Addition von Drehimpulsen:** Wir betrachten zwei Drehimpulse J und K mit den Kommutationsrelationen

$$[J_j, J_k] = i\varepsilon_{j,k,l} J_l, \tag{1}$$
$$[K_j, K_k] = i\varepsilon_{j,k,l} K_l, \tag{2}$$

wobei ε der vollständig antisymmetrische Tensor ist, und

$$[J_j, K_k] = 0 \tag{3}$$

für alle $j, k, l = 1, 2, 3$. Die Eigenvektoren zum ersten Drehimpuls seien

$$J^2 |j_1, m_1\rangle = j_1(j_1+1)|j_1, m_1\rangle, \tag{4}$$
$$J_3 |j_1, m_1\rangle = m_1 |j_1, m_1\rangle. \tag{5}$$

Die Dimensionen der jeweiligen Vektorräume sind $\dim(\mathcal{H}_1) = 2j_1 + 1$ und $\dim(\mathcal{H}_2) = 2j_2 + 1$. Die Dimension des Tensorproduktes

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2 \tag{6}$$

ist dann natürlich $(2j_1 + 1)(2j_2 + 1)$, mit Basis

$$|j_1, m_1\rangle \otimes |j_2, m_2\rangle. \tag{7}$$

Hier sind j_1 und j_2 fest und $-j_1 \leq m_1 \leq j_1$ und $-j_2 \leq m_1 \leq j_2$. Welche Algebra erfüllt der Gesamtdrehimpuls

$$J + K, \tag{8}$$

die Summe der bisherigen Drehimpulse? Welches sind die Eigenwerte und Eigenvektoren von $(J + K)^2$ und $(J + K)_3$ in $\mathcal{H}$?

(10 Punkte)