

Unmögliche Maschinen

Katja Stefanie Dutzi

Sommerakademie Görlitz
Arbeitsgruppe 4: „Die Zähmung der Quanten“

31. August 2008 bis 13. September 2008

Inhaltsverzeichnis

Unmögliche Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der Quantenphy- sik

no joint
measurement
no cloning

- 1 klassische unmögliche Maschinen
Perpetuum mobile
- 2 unmögliche Maschinen der Quantenphysik
joint-measurement-Maschine
Quanten-Kopierer

unmögliche Maschinen (UM)

Unmögliche Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum mobile

UM der Quantenphysik

no joint measurement
no cloning

- Maschinen, welche laut einer Theorie nicht möglich sind.
- Problem hierbei:
 - Ein Beweis der Unmöglichkeit kann nicht experimentell sondern theoretisch erbracht werden.
 - Nur **ein** erfolgreiches Experiment reicht um die Theorie zu widerlegen.
- Die Untersuchung unmöglicher Maschinen kann für die Wissenschaft sehr aufschlussreich sein.

Perpetuum mobile

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM
Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning

- aus dem Lateinischen: „das sich ewig Bewegende“ [4]
- Ein **Perpetuum mobile 1. Art** ist eine Maschine, die ohne Energiezufuhr von außen dauernd Arbeit verrichtet.
Widerspruch zum 1. Hauptsatz der Thermodynamik
- Ein **Perpetuum mobile 2. Art** erzeugt aus der Wärmeenergie eines großen Wärmespeichers dauernd mechanische Energie, ohne dass dabei in der übrigen Umgebung bleibende Veränderungen entstehen.
Widerspruch zum 2. Hauptsatz der Thermodynamik [5]

Perpetuum mobile

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

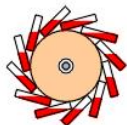


Abbildung: Schema des Perpetuum mobile von Bhaskara (um 1150) [1]



Abbildung: Schema des Perpetuum mobile von Denis Papin [1]

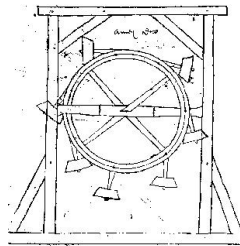


Abbildung: Schema des Perpetuum mobile von Villard de Honnecourt (um 1235) [1]

unmögliche Maschinen in der Quantenphysik

Unmögliche Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum mobile

UM der Quantenphysik

no joint measurement
no cloning

- Die quantenmechanischen unmöglichen Maschinen sind in der klassischen Physik oft möglich.
- Hier vorgestellt:
 - „joint-measurement“-Maschine
 - „Quanten-Kopierer“

joint-measurement-Maschine

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement

no cloning

- Es ist nicht möglich zwei beliebige Observablen eines quantenmechanischen Objekts gleichzeitig genau zu messen.
- zwei Prinzipien:
 - gleichzeitige Messung von zwei Observablen
 - getrennte Messung von zwei Observablen an identischen Zuständen

gleichzeitig Messung

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning

- Es ist nicht möglich zwei beliebige Observablen an einem Objekt gleichzeitig zu messen.
- Kompatible Observablen sind gleichzeitig messbar, Inkompatible nicht.
- kompatible Observablen:
 - Eine Observable a kann durch einen hermiteschen Operator A dargestellt werden.
 - Zwei Observablen a und b sind kompatibel, wenn gilt $[A, B] = 0$.

gleichzeitige Messung - einfaches Beispiel

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning

- An einem Objekt im beliebigen Zustand $|\psi\rangle$ werden sofort nacheinander die Observablen a und b gemessen.
- Der Zustandsraum ist der 2-dim. Raum der reellen Vektoren.
- Der Operator A (bzw. B) hat die Eigenwerte a_1 und a_2 (bzw. b_1 und b_2) und die Eigenvektoren $|u_1\rangle$ und $|u_2\rangle$ (bzw. $|v_1\rangle$ und $|v_2\rangle$).
- Die Observablen a und b sind inkompatibel: $[A, B] \neq 0$

gleichzeitige Messung - einfaches Beispiel

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning

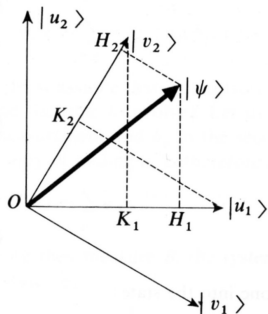


Abbildung: Messung von zwei inkompatiblen Observablen [2]

- Zustandsänderung bei den Messungen:

$$|\psi\rangle \xrightarrow{a_1} |u_1\rangle \xrightarrow{b_2} |v_2\rangle$$

$$|\psi\rangle \xrightarrow{b_2} |v_2\rangle \xrightarrow{a_1} |u_1\rangle$$

- Wahrscheinlichkeiten für die Messung von a_1 und b_2 :

$$P(a_1, b_2) = |OH_1|^2 \times |OK_2|^2$$

$$P(b_2, a_1) = |OH_2|^2 \times |OK_1|^2$$

$$\Rightarrow P(a_1, b_2) \neq P(b_2, a_1)$$

gleichzeitige Messung

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning

- Bei **inkompatiblen Observablen** beeinflusst die Reihenfolge das Ergebnis. Die Observablen sind nicht gleichzeitig messbar.
- **Kompatible Observablen** (mit $[A, B] = 0$) sind gleichzeitig messbar.
- Zustandsänderung bei den Messungen:

$$|\psi\rangle \xrightarrow{a_n} |\psi'_n\rangle \xrightarrow{b_p} |\psi''_{n,p}\rangle \quad \text{bzw.} \quad |\psi\rangle \xrightarrow{b_p} |\phi'_p\rangle \xrightarrow{a_n} |\phi''_{p,n}\rangle$$

$$\text{mit } |\psi''_{n,p}\rangle = |\phi''_{p,n}\rangle$$

- Wahrscheinlichkeiten für die Messung von a_n und b_p :

$$P(a_n, b_p) = P(b_p, a_n)$$

getrennte Messung an identischen Zuständen

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement

no cloning

- Experiment:
 - Viele Teilchen sind im selben Zustand $|\psi\rangle$ präpariert.
 - Observable a wird an der einen Hälfte, Observable b an der anderen Hälfte der Teilchen messen.
 - Mittelwerte und Standardabweichungen der Messwerte werden bestimmen.
- Verallgemeinerte Heisenbergsche Unschärferelation:

$$\Delta_{\psi} A \Delta_{\psi} B \geq \frac{1}{2} \left| \langle [A, B] \rangle_{\psi} \right|$$

- Zwei beliebige Observablen können nicht gleichzeitig mit beliebiger Genauigkeit bestimmt werden.

getrennte Messung an identischen Zuständen

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning

- Heisenbergsche Unschärferelation:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

- Robertson-Schrödinger-Ungleichung:

$$\Delta_{\psi} A \Delta_{\psi} B \geq \sqrt{\frac{1}{4} \left| \langle [A, B] \rangle_{\psi} \right|^2 + \frac{1}{4} \left| \langle \{A - \langle A \rangle_{\psi}, B - \langle B \rangle_{\psi}\} \rangle_{\psi} \right|^2}$$

Auswirkungen auf die Quantenphysik

Unmögliche Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning

- **Beschreibung eines Zustands:** Es ist nicht möglich einen beliebigen quantenmechanischen Zustand durch das Ergebnis von Messungen vollständig zu beschreiben.
- **Teleportation:** Klassische Teleportation ist nicht möglich.
- **Quanten-Kopierer:** Es ist nicht möglich einen beliebigen Quantenzustand perfekt zu kopieren.

Quanten-Kopierer

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning

- „Quantum states cannot be cloned.“
- **No-Cloning-Theorem:**
Es ist unmöglich den Zustand eines beliebigen unbekanntes Qubit perfekt auf ein anderes Qubit zu kopieren, ohne dabei den Zustand des ursprünglichen Qubits zu verändern.

klassisches Kopieren

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning

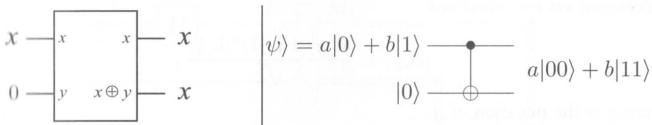


Abbildung: Schema des Kopiervorgangs [1]

- CNOT-Gate:

Input		Output
$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 00\rangle$
$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 11\rangle$
$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 01\rangle$
$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 10\rangle$

klassisches Kopieren

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning

- Der „klassische Kopiervorgang“ mit CNOT-Gate:

$$[a|0\rangle + b|1\rangle]|0\rangle = a|00\rangle + b|11\rangle$$

- Ergebnis des perfekten Kopieren:

$$|\psi\rangle|\psi\rangle = a^2|00\rangle + ab|01\rangle + ba|10\rangle + b^2|11\rangle$$

⇒ Es sind verschränkte Qubits aber keine Qubit-Kopien entstanden!

Das No-Cloning-Theorem

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement

no cloning

- Ein beliebiges Qubit kann nicht perfekt auf ein anderes Qubit kopiert werden.
- Das Kopieren ist möglich, wenn die Menge der möglichen Input-Qubits orthogonal ist.

Auswirkungen des No-Cloning-Theorems

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning

- **Fehlerkorrekturverfahren:** Klassische Verfahren basierend auf Kopien von Daten sind nicht anwendbar.
- **Quantenkryptographie:** Abhören ohne Spuren zu hinterlassen ist nicht möglich.
- **Informationsübertragung mit Überlichtgeschwindigkeit:** Eine theoretische Möglichkeit wird durch das No-Cloning-Theorem verhindert.

Nicht-perfektes-Kopieren

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning

- „universal quantum copying machine“: Es werden verbrauchte Kopien des Input-Qubits erstellt.
- Kopieren mit einer bestimmten Erfolgswahrscheinlichkeit: Es werden Qubits kopiert, das Kopieren funktioniert jedoch nicht bei jedem Qubit.

Literatur

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning



NIELSEN MICHAEL A., CHUANG ISAAC L.: Quantum Computation and Quantum Information, *Cambridge University Press, Cambridge, 2007*



COHEN-TANNOUJDI C., DIU B., LALOË F.: Quantum Mechanics Volume One, *Wiley, New York, 1997*



WIKIPEDIA: Die freie Enzyklopädie,
URL: <http://www.wikipedia.org/>



MSN ENCARTA: Enzyklopädie,
URL: <http://de.encyclopedia.msn.com/>



MEYERS: Lexikon Online 2.0,
URL: <http://lexikon.meyers.de/>

Literatur

Unmögliche
Maschinen

Katja Dutzi

klassische UM

Perpetuum
mobile

UM der
Quantenphy-
sik

no joint
measurement
no cloning



HANS-PETERS PERPETUUM MOBILE,
URL: <http://www.hp-gramatke.de/perpetuum/>



HILLERY M.: Quantum copying: A review, *Electronic Journal of Differential Equations, Conference 04, 2000*,
<http://ejde.math.unt.edu/conf-proc/04/h1/abstr.html>



DE MUYNCK W.: Preparation and Measurement: Two Independent Sources of Uncertainty in Quantum Mechanics, *FOUND.PHYS. Vol.30, 2000*,
URL: [arXiv:quant-ph/9901010v1](http://arxiv.org/abs/quant-ph/9901010v1)



WERNER F.: Impossible Machines,
aus: Lecture Notes on Quantum Information, 1996,
URL: <http://www.imaph.tu-bs.de/qi/lecture/qinf11.html>